TP 6: Effet Doppler - Correction

Objectifs : Mettre en œuvre une démarche expérimentale pour mesurer une vitesse en utilisant l'effet Doppler.
Exploiter l'expression du décalage Doppler de la fréquence dans le cas de faibles vitesses.
Utiliser des données spectrales et un logiciel pour illustrer l'effet Doppler en astrophysique.

I°) Mise en évidence de l'effet Doppler

Il est courant de constater une variation du son lorsqu'une source sonore se rapproche ou s'éloigne d'un observateur. Cette effet est appelé effet Doppler découvert par Christian Doppler en 1842. Ce phénomène affecte tous les phénomènes ondulatoires : ondes sonores, lumineuses, ondes à la surface de l'eau...

1°) Regarder et écouter la vidéo diffusée. Décrire précisément ce que vous entendez.

Nous entendons que le son de la voiture est plus aigu quand elle se rapproche alors que quand elle s'éloigne il est plus grave.

Voici le lien pour voir la vidéo.

La variation de fréquence due à l'effet Doppler est donnée par les relations ci-dessous :

$$f_r = \frac{f_e}{1 \pm \frac{v_e}{c}}$$

\+ si la source d'onde **s'*éloigne***.
\- si la source d'onde ***se rapproche.***

Remarque : ***c*** est la célérité des ondes et v_e la vitesse de l'émetteur.
f_r est la fréquence reçue et f_e la fréquence émise.
Ces formules ne sont valables que si le déplacement est dans la direction du récepteur.

2°) Cette formule vérifie-elle vos observations précédentes ?

1er cas: la source se rapproche

Oui, en effet dans les conditions de l'expérience $v_e < c$ (la voiture ne dépasse la vitesse du son) dans ce cas nous avons $\frac{v_e}{c} < 1$ et donc aussi $1 - \frac{v_e}{c} < 1$ ce qui permet d'écrire $\frac{1}{1 - \frac{v_e}{c}} > 1$

soit encore $\frac{f_e}{1 - \frac{v_e}{c}} > f_e$ et donc $f_r > f_e$. Le son perçu est plus aigu.

2ième cas: la source s'éloigne

Inversement en utilisant l'autre relation nous trouvons que $f_r < f_e$ et donc le son perçu est plus grave.

3°) Que se passe-t-il si $v_e = c$? Comment s'appelle ce phénomène ?

Et bien dans ce cas nous avons $\frac{v_e}{c} = 1$ et donc $1 - \frac{v_e}{c} = 1$ et donc $f_{ra} = \frac{f_e}{1 - \frac{v_e}{c}} = \infty$, c'est le phénomène du mur du son. (Bang supersonique)
Voici quelques liens où l'on peut voir ce phénomène spectaculaire avec quelques avions.

II°) Mesure directe de la vitesse d'une voiture

- Observer la vidéo : ***Voiture Doppler***.
On souhaite déterminer la vitesse de ce véhicule pour savoir s'il est en excès de vitesse. On ne connaît pas la fréquence d'émission f_e de son klaxon (fréquence au repos).

- Pour répondre aux questions suivantes, vous avez à votre disposition le logiciel ***Winoscillo*** qui peut faire une analyse spectrale du son émis par le klaxon. (Voir mode d'emploi)

1°) Proposer un protocole pour déterminer la vitesse de ce véhicule. Le mettre en œuvre après vérification par le professeur. ***Donnée*** : $c = 340\ m.s^{-1}$ (célérité du son)

On doit utiliser les relations Doppler mais le problème c'est que l'on ne connaît pas la fréquence d'émission f_e du klaxon.

Pour éviter ce problème nous allons mesurer la fréquence du klaxon de la voiture quand elle s'approche et quand elle s'éloigne, ainsi nous pourrons supprimer f_e des relations :

Notons f_{ra} la fréquence à l'*approche* et $f_{ré}$ la fréquence à l'*éloignement*.

Nous avons $f_{ra} = \dfrac{f_e}{1-\dfrac{v_e}{c}}$ **soit encore** $f_e = f_{ra}\left(1-\dfrac{v_e}{c}\right)$ **pour l'approche.**

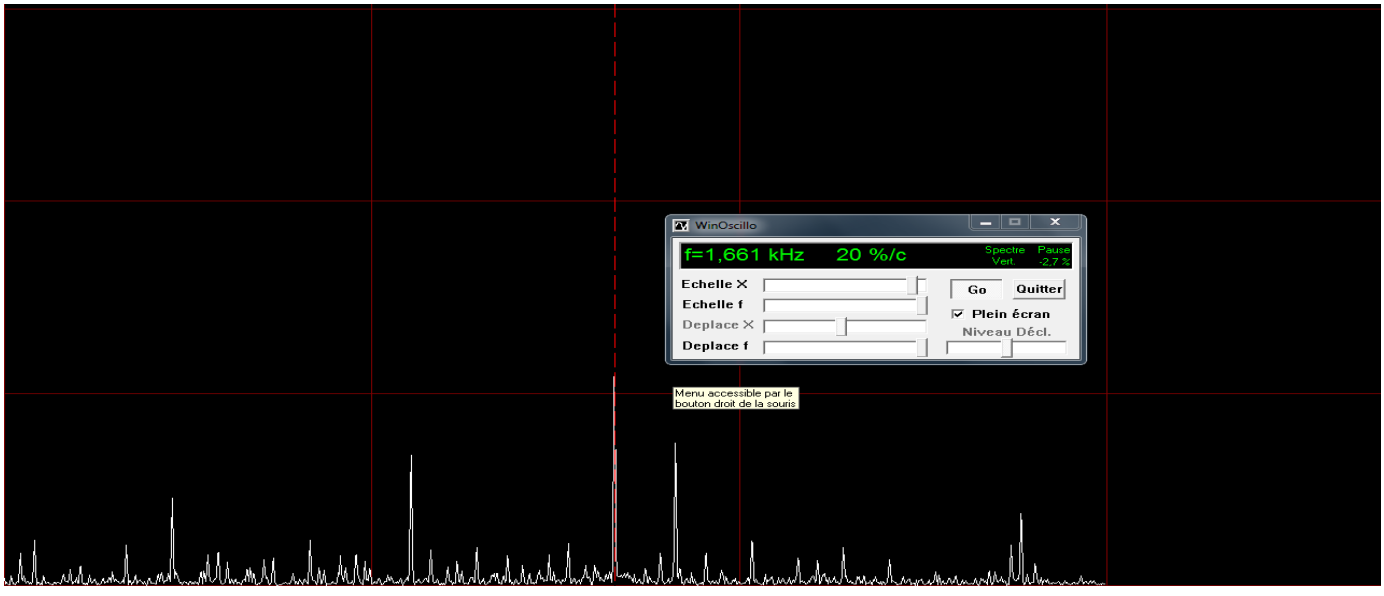
De même $f_e = f_{ré}\left(1+\dfrac{v_e}{c}\right)$ **pour l'éloignement.**

Donc nous avons $f_{ra}\left(1-\dfrac{v_e}{c}\right) = f_{ré}\left(1+\dfrac{v_e}{c}\right)$ **. Ce qui donne après avoir regroupé la vitesse v_e** et après

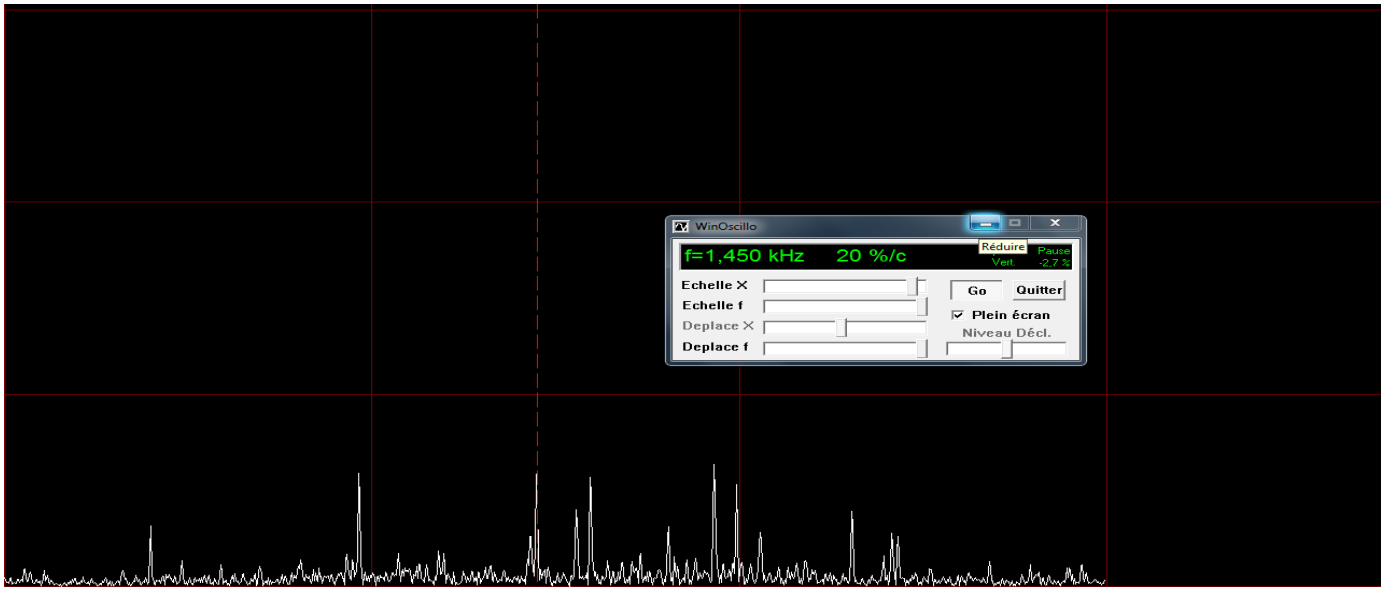
quelques petits calculs $\boxed{v_e = c\,\dfrac{f_{ra}-f_{ré}}{f_{ra}+f_{ré}}}$ **. Ce qui s'écrit encore** $v_e = c\,\dfrac{\Delta f}{f_{ra}+f_{ré}}$ **.**

2°) Le conducteur commet-il un excès de vitesse sur cette route qui est limité à ***50 mph*** ?
Donnée : *1 mph = 1 mile per hour ; 1 mile = 1609 m*

Voici une capture d'écran lorsque la voiture arrive, on mesure la fréquence d'un des harmoniques, on trouve f_{ra}=1661 Hz



Pour l'éloignement, nous avons $f_{ré}$ = 1450 Hz. (Il faut garder le même harmonique)



Il suffit d'appliquer la formule $v_e = c\,\dfrac{f_{ra}-f_{ré}}{f_{ra}+f_{ré}} = 340\times\dfrac{1661-1450}{1661+1450} = 23{,}1\,m.s^{-1}$ **.**

Pour savoir si le conducteur à fait un excès de vitesse, il faut faire la conversion en *mph*

$v_e = 23{,}1\,m.s^{-1} = \dfrac{23{,}1}{1609}\times 3600 = 51{,}7\,mph$ **. Le conducteur est légèrement au dessus de la vitesse autorisée**

La vidéo sur *Youtube* indique que la vitesse du véhicule était approximativement de 40-50 *mph*.

3°) Quelle approximation avons nous faite pour l'utilisation de la formule ?

La plus grosse incertitude vient dans le pointé de l'harmonique dans le logiciel. Mais aussi des conditions d'application des formules Doppler. En effet le spectateur de la scène ne se trouve pas dans l'axe de la voiture.

Or pour pouvoir appliquer les relations, il faut être dans la même direction que l'émetteur. Si ce n'est pas le cas les formules deviennent légèrement différentes.

On souhaite vérifier la valeur de cette vitesse part un autre moyen. Pour cela on utilise la distance entre les poteaux électriques. Voici un document en anglais donnant quelques informations dessus.

Utility Pole, Description

The standard utility pole in the United States is about 40 ft (12 m) long and is buried about 6 ft (2 m) in the ground.[3] However, poles can reach heights of 120 ft (37 m) or more to satisfy clearance requirements. They are typically spaced about 125 ft (38 m) apart in urban areas, or about 300 ft (91 m) in rural areas, but distances vary widely based on terrain. Joint use poles are usually owned by one utility, which leases space on it for other cables. In the United States, the National Electrical Code, published by the Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), sets the standards for construction and maintenance of utility poles and their equipment. Standards for wood preservative materials and wood preservation processes, along with test criteria, are in ANSI, ASTM, and AWPA specifications, and in GR-60, Generic Requirements for Wooden Utility Poles.

Article internet

4°) Grâce au document précèdent, et en utilisant le logiciel ***VirtualDub*** (pour lire le temps écoulé), calculer la vitesse de la voiture (apparemment elle sort d''une zone urbaine). Cette valeur est-elle concordante avec celle réalisée avec l'effet Doppler ?

On voit que la voiture dépasse le premier poteau au alentours de t_1 = 4,933 s et le deuxième poteau à t_2 = 6,467 s.

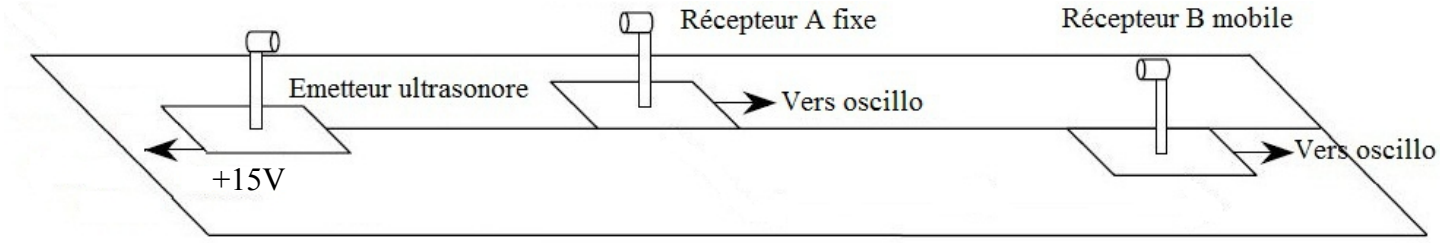
Donc la durée de parcourt de cette distance est Δt = 6,467 – 4,933 = 1,534 s. La distance entre les poteaux d'après le document vaut d = 38 m (considéré comme en sortie de zone urbaine)

Et donc sa vitesse si elle est constante vaut $v_e = \frac{d}{\Delta t} = \frac{38}{1,534} = 25\,m.s^{-1}$ **, ce qui est proche de la valeur trouvée précédemment.**

III°) Mesure avec des ultrasons

Dans cette partie vous allez mesurer la vitesse d'un récepteur ultrasonore que ***vous bougerez à la main***.
La vitesse mise en jeu est alors faible (quelques dizaines de $cm.s^{-1}$), la différence de fréquence engendrée par l'effet Doppler est donc elle aussi faible, ce qui n'est pas facile à mesurer directement. Pour palier ce problème on combine [on additionne (vitesse faible) ou on multiplie (vitesse élevée) les signaux entre eux (principe du Radar)].

- Réaliser le montage suivant :



Nous allons ***additionner*** les signaux de la voie 1 et 2 de l'oscilloscope.
Pourquoi faire cela ? Voici un document traitant de la somme de 2 signaux sinusoïdaux de fréquences voisines.

Sommation de sinusoïdes de même amplitude et de fréquence voisines

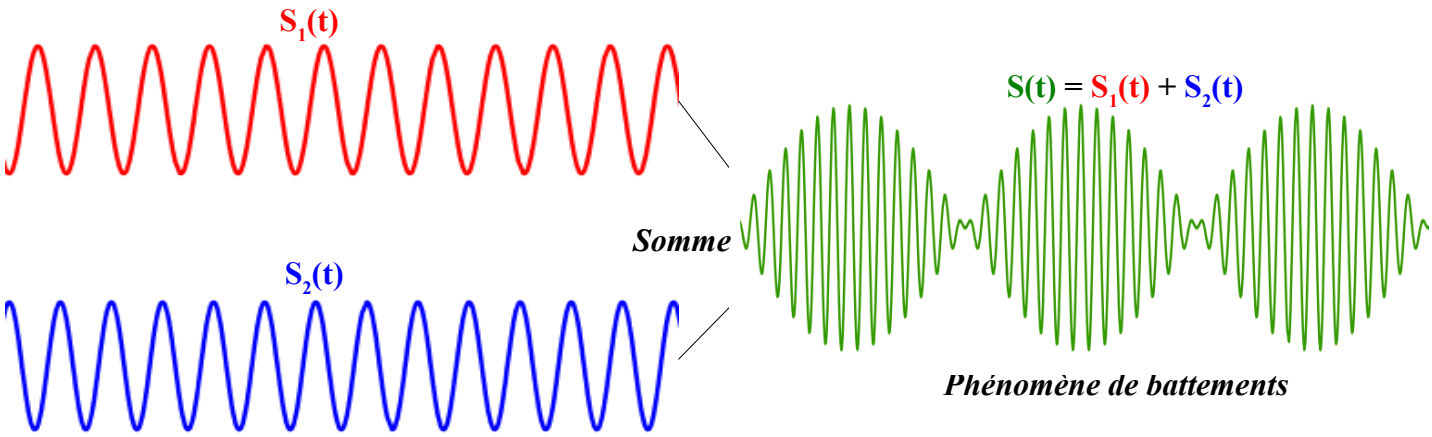
Soit un signal composé de la somme de deux sinusoïdes S_1 et S_2 de fréquence respective : f_1 et f_2

$$S(t) = S_1(t) + S_2(t) = A\cos(2\pi f_1 t) + A\cos(2\pi f_2 t)$$

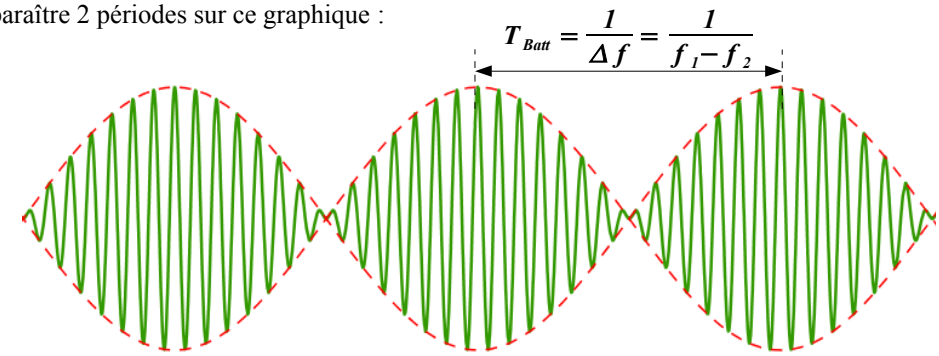
On sait (voir Trigonométrie) que $\cos(a) + \cos(b) = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

et donc si on applique cette relation à notre somme initiale, nous avons $S(t) = 2\,A\cos\left[\pi(f_1 - f_2)t\right]\cos\left[\pi(f_1 + f_2)t\right]$

Si les fréquences f_1 et f_2 ***<u>ne sont pas trop différentes</u>*** alors on voit apparaître graphiquement un phénomène de ***battements*** :



Clairement on voit apparaître 2 périodes sur ce graphique :



1°) Expliquez grâce à ce que vous venez de lire comment vous pouvez accéder à la vitesse de votre récepteur ultrasonore avec le matériel présent sur la paillasse.

La vitesse de votre main est plutôt faible quelques *cm* par seconde.
Nous allons additionner grâce à l'oscilloscope les signaux reçus par les 2 émetteurs ultrasonores.

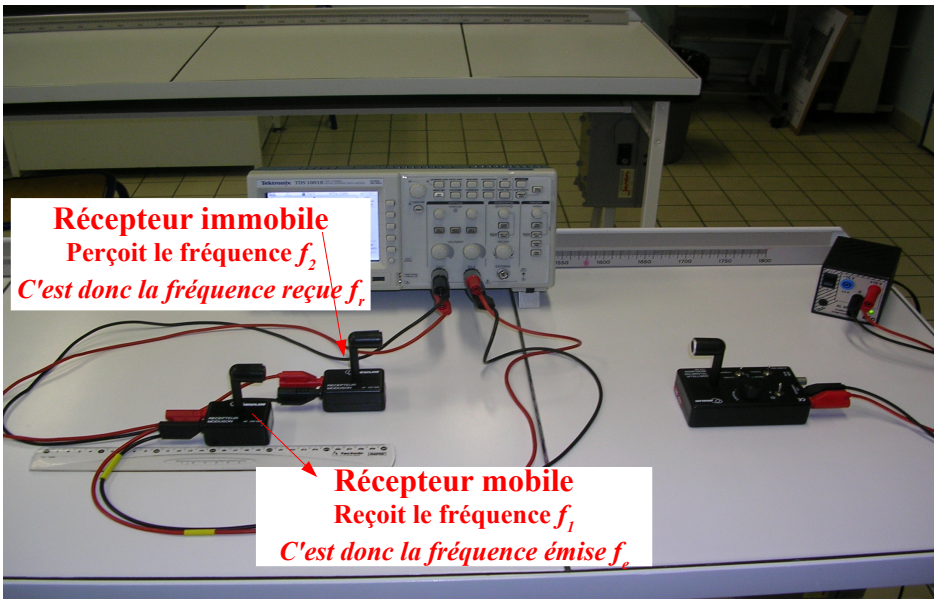
Le récepteur qui reste fixe reçoit le signal de l'émetteur à la même fréquence 40,0 kHz.
Par contre l'émetteur qui bouge voit une fréquence différente à cause de l'effet Doppler.

Ainsi l'addition de ces 2 signaux permettra de voir le phénomène de *battement* puisque leurs fréquences est différentes. Il nous suffira ensuite de mesurer cette période et d'en déduire la fréquence reçue par le mobile. Ensuite on pourra utiliser le formule Doppler pour en déduire la vitesse du mobile.

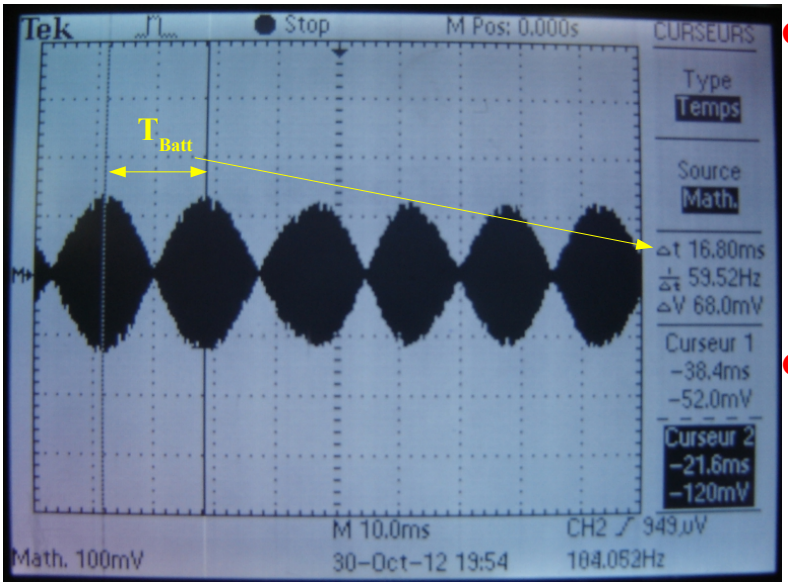
Dans notre cas pour le battement, f_1 et la fréquence du mobile qui se rapproche de l'émetteur et f_2 est la fréquence de l'émetteur (celle reçu par le mobile qui ne bouge pas (*lol*)).

2°) Réaliser votre expérience et en déduire la vitesse de déplacement de votre récepteur (à la main).
Conseil : utiliser une base de temps d'environ ***10 ms/div***.

Le montage est classique :


Récepteur immobile
Perçoit le fréquence f_2
C'est donc la fréquence reçue f_r
Récepteur mobile
Reçoit le fréquence f_1
C'est donc la fréquence émise f_e

Voici ce que l'on obtient sur l'écran de l'oscilloscope :



On lit sur l'oscilloscope que la période des battements vaut T_{Batt} = 16,80 ms.
(On peut aussi utiliser la base de temps)

On applique alors la formule donnée par l'énoncé : $T_{Batt} = \dfrac{1}{f_1 - f_2}$.

Ce qui s'écrit aussi $f_1 - f_2 = \dfrac{1}{T_{Batt}} = 59{,}52 \text{ Hz}$

On voit que le mobile perçoit une différence de fréquence par rapport à l'émetteur de seulement 59,52 Hz ce qui n'est pas facile de mesurer.

Ici dans notre cas, le mobile se rapprochait de l'émetteur et donc nous avons :

$$f_2 = f_r = f_e + \Delta f$$

Ensuite en utilisant la formule Doppler $f_r = \dfrac{f_e}{1-\dfrac{v_e}{c}} = f_e + \Delta f$ **nous avons alors après calculs :**

$$v_e = c\,\frac{\Delta f}{f_e + \Delta f}$$

Application numérique **:**

$$v_e = c\,\frac{\Delta f}{f_e+\Delta f} = 340 \times \frac{59{,}52}{40{,}0\times 10^3 + 59{,}52} = 0{,}505\, m.s^{-1}$$

Donc notre main parcourt 50,5 cm en 1 seconde.

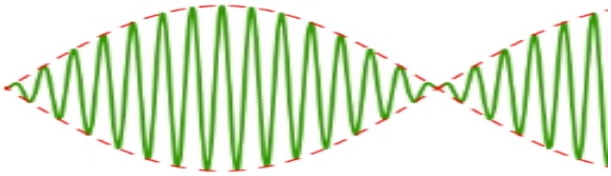
3°) Vérifier cette valeur par une autre manière. Vous avez à votre disposition un chronomètre et un mètre ruban.

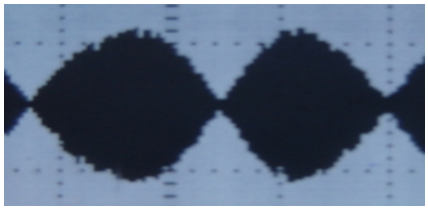
Comme pour la voiture dans la vidéo précédente, on peut réaliser une mesure directe, on chronomètre le temps que met la main à parcourir une certaine distance *d*.

On trouve quelle parcourt la distance *d* = 0,50 m en une durée Δ*t* = 1,1 s ce qui lui confère une vitesse $v_e = \dfrac{d}{\Delta t} = \dfrac{0{,}50}{1{,}1} = 0{,}45\ m.s^{-1}$ **. Ce qui en bon accord avec la mesure précédente.**

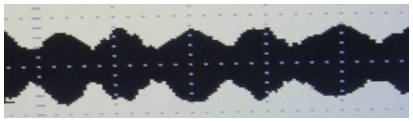
4°) Pourquoi sur l'oscilloscope la somme des 2 signaux ne ressemble pas tout à fait celui du document ?

En effet il y a une légère différence entre les signaux ci-dessous :





La différence vient du fait que le signal fait 40 kHz, autrement dit il se répète énormément en 1 seconde ce qui confère l'aspect noir dans les battements.

Il y a le fait aussi que l'on peut voir ceci  **.**

On voit que les battement sont toujours présents mais qu'ils sont moins marqués. Ceci est due simplement à l'effet d'éloignement du mobile par rapport à l'autre récepteur. L'amplitude du son diminue avec la distance et donc l'oscilloscope additionne des signaux dont les fréquences est légèrement différentes mais dont les amplitudes le son également d'où l'aspect différent.

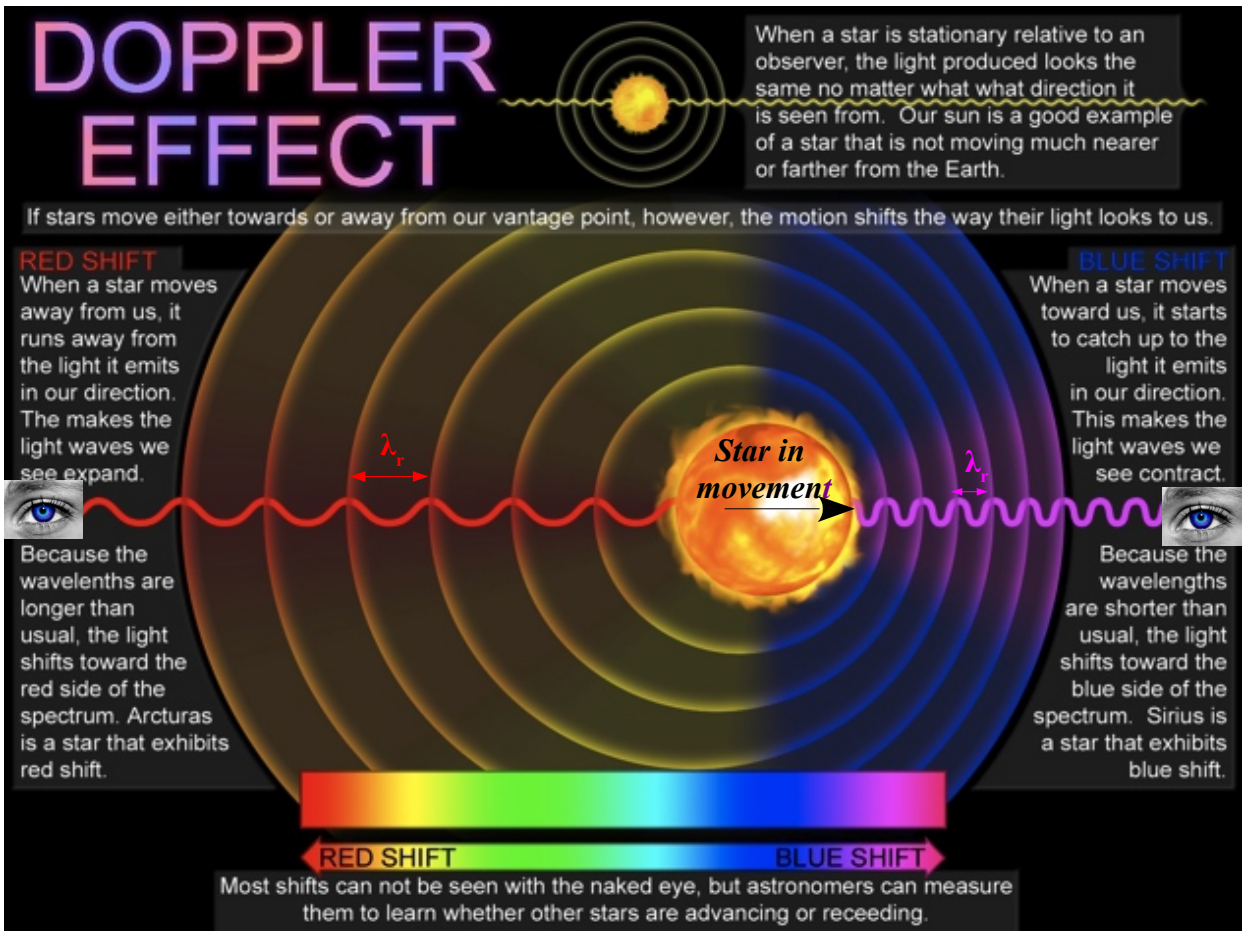
IV°) L'effet Doppler en astronomie

a°) Théorie

1°) Quelle relation lie la fréquence ***f***, la célérité ***c*** de l'onde et sa longueur d'onde ***λ*** ?

Nous avons vu que $\lambda = c.T = \dfrac{c}{f}$ **, ce qui peut aussi s'écrire** $f = \dfrac{c}{\lambda}$ **.**

2°) Réécrire alors la relation du début avec les longueurs d'onde λ_r *et* λ_e . Annoter alors l'image ci-dessous que l'on rencontre souvent dans les explications sur l'effet Doppler.


DOPPLER EFFECT
When a star is stationary relative to an observer, the light produced looks the same no matter what what direction it is seen from. Our sun is a good example of a star that is not moving much nearer or farther from the Earth.
If stars move either towards or away from our vantage point, however, the motion shifts the way their light looks to us.
RED SHIFT
When a star moves away from us, it runs away from the light it emits in our direction. The makes the light waves we see expand.
BLUE SHIFT
When a star moves toward us, it starts to catch up to the light it emits in our direction. This makes the light waves we see contract.
λr
Star in movement
λr
Because the wavelenths are longer than usual, the light shifts toward the red side of the spectrum. Arcturas is a star that exhibits red shift.
Because the wavelengths are shorter than usual, the light shifts toward the blue side of the spectrum. Sirius is a star that exhibits blue shift.
RED SHIFT
BLUE SHIFT
Most shifts can not be seen with the naked eye, but astronomers can measure them to learn whether other stars are advancing or receeding.

L'effet Doppler est utilisé en astrophysique pour déterminer la vitesse éloignement des galaxies (expansion de l'univers), la vitesse de rotation des astres ou encore la détection d'exoplanètes...

Pour cela il suffit de repérer les raies d'absorption ou d'émission sur le spectre de l'objet lumineux que l'on étudie et de les comparer aux spectres de référence que nous connaissons sur Terre.

3°) Si l'objet s'éloigne, les raies d'absorption se décalent vers quelle couleur ? Justifier.
Même question si l'objet se rapproche. Justifier.

Nous avons $f_r = \dfrac{f_e}{1 \pm \dfrac{v_e}{c}}$ **et donc** $\dfrac{c}{\lambda_r} = \dfrac{\dfrac{c}{\lambda_e}}{1 \pm \dfrac{v_e}{c}}$ **. En simplifiant par *c* et en faisant passer tout au numérateur , nous obtenons :** $\lambda_r = \lambda_e \left(1 \pm \dfrac{v_e}{c}\right)$

Dans le *cas de l'approche* nous avons $\lambda_r < \lambda_e$ **, les raies sont donc décalées vers le bleu (Blushift).**

Pour l'éloignement $\lambda_r > \lambda_e$ **, les raies sont donc décalées vers le rouge (Redshift)**

Ainsi nous pouvons aussi bien travailler avec les fréquences (effet Doppler sonore) qu'avec les longueurs d'onde.

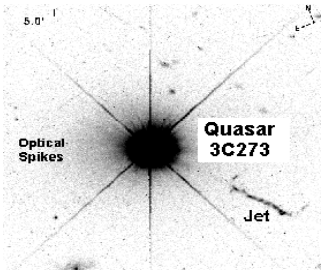
4°) De la formule précédente, en déduire une relation permettant de mesurer la vitesse v_e de l'émetteur en fonction du décalage spectral $\Delta\lambda = \lambda_r - \lambda_e$ et de la fréquence λ_e.

Nous avons $\lambda_r = \lambda_e \left(1 \pm \frac{v_e}{c}\right)$ **donc on a** $\lambda_{ra} = \lambda_e \pm \lambda_e \frac{v_e}{c}$ **ce qui s'écrit après réarrangements**

$$\pm v_e = c \frac{\lambda_e - \lambda_{ra}}{\lambda_e} = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_e}$$

Donc le décalage dans les *raies d'absorption* ou *d'émission* permet de remonter à la vitesse de l'objet.

b°) Redshift et distance du quasar 3C273

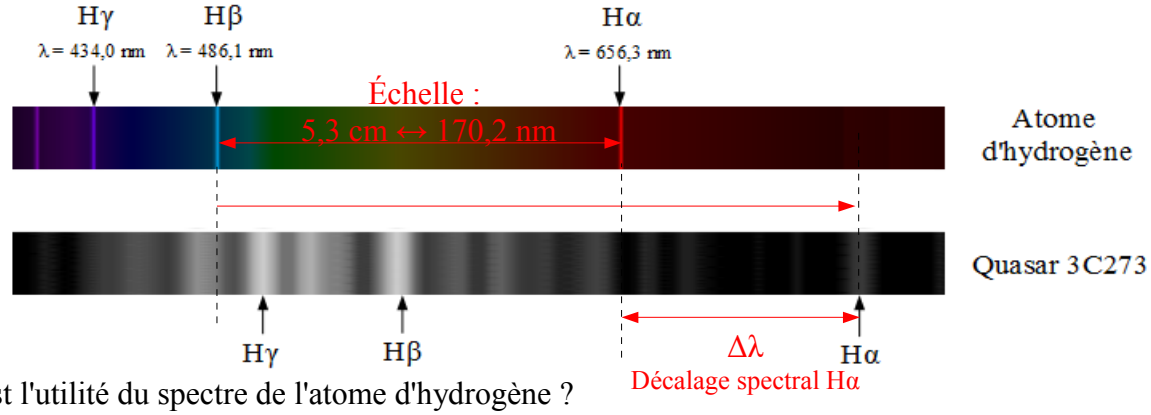


Un quasar (quasi stellar object), est une galaxie très lumineuse avec sûrement un trou noir placé en son centre qui dévore des étoiles qui passe dans son environnement.

En 1963, des astronomes ont publié un article dans la revue Nature expliquant que 3C 273 était un objet extrêmement lointain, avec un ***décalage vers le rouge*** le plaçant à plusieurs milliards d'années-lumière.

Dans la suite vous allez, déterminer la vitesse de récession de ce quasar et en déduire sa distance grâce à la loi de Hubble.

On donne ci-dessous, le spectre de cet objet ainsi que celui du spectre de l'atome d'hydrogène obtenu sur Terre. Certaine raies d'émission de l'atome d'hydrogène possèdent des noms particulier : Hα, Hβ ...



1°) Quel est l'utilité du spectre de l'atome d'hydrogène ?

C'est le spectre de référence de l'élément concerné mais au repos.

2°) Les anglais appellent le décalage de raies pour ce quasar ***redshift***, expliquer pourquoi ? La source lumineuse se rapproche-t-elle ou s'éloigne-t-elle ?

On voit que les raies d'émission de l'hydrogène sont décalées vers les grandes longueurs d'ondes autrement dit elles sont décalées vers le rouge, c'est donc un Redshift.

Il s'agit donc d'un éloignement.

3°) Mesurer la longueur d'onde λ_r de la raie décalée de Hα et en déduire le décalage spectral $\Delta\lambda = \lambda_r - \lambda_e$.

Voir l'image précédente. Il faut connaître l'échelle du document.
Il y a 5,3 cm qui représente 170,2 nm et on mesure une longueur de 8,4 cm par rapport à la raie à 486,1 nm.

Donc la raie Hα observée vaut $\lambda_r = 486{,}1 + \frac{8{,}4 \times 170{,}2}{5{,}3} = 755{,}8\,nm$ **et donc le décalage spectral vaut**

$\Delta\lambda = \lambda_r - \lambda_e = 755{,}8 - 656{,}3 = 99{,}5$ nm.

3°) En déduire alors la valeur v_e d'éloignement de ce quasar.
Donnée : célérité de la lumière $c = 3{,}0 \times 10^5\ km.s^{-1}$

On applique la formule trouvée précédemment :

$$v_e = c\,\frac{\lambda_e - \lambda_{ra}}{\lambda_e} = c\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda_e} = 3{,}0\times10^5 \times \frac{99{,}5}{656{,}3} = 4{,}5\times10^4\ km.s^{-1}$$

4°) Le redshift noté z est défini par $z = \dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_e}$. Calculer le redshift pour ce quasar.

Nous avons alors $z = \dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_e} = \dfrac{99{,}5}{656{,}3} = 0{,}151$ **.**

L'astronome américain Edwin Powell Hubble, a montré en 1929 que la vitesse d'éloignement v_e des galaxies est proportionnelle à leur distance d. D'où la relation célèbre :

$$v_e = H\,.\,d \quad avec\ H = constante\ de\ Hubble$$

5°) Évaluer la distance du quasar précédent en Mpc (Méga parsecs) puis en année lumière (voir remarques).
Donnée : H = 70 km.s^{-1}.Mpc^{-1}

Nous avons donc $d = \dfrac{v_e}{H} = \dfrac{4{,}5\times10^4}{70} = 6{,}4\times10^2\ Mpc$ **soit encore une distance :**

$$d = 6{,}4\times10^2 \times 3{,}26\times10^6 = 2{,}1\times10^9\ al$$

Ce quasar est plus de 2 milliards d'année lumière ! Ce qui en fait un objet très lointain.

Remarque 1: 1 pc = 1 parsec = parallaxe 1 " = la distance à laquelle on observerait le rayon Terre – Soleil sous un angle de 1" d'arc (1 seconde d'arc). Après calcul trigonométrique simple on trouve que cette distance vaut 3,26 a.l (année lumière). 1° = 3600".

Remarque 2: la constante de Hubble évalue l'expansion de l'univers, c'est à dire le grossissement de l'espace. H = 70 km.s^{-1}.Mpc^{-1} signifie qu'un cube de 1 Mpc de coté grandie de 70 km par seconde (ou encore qu'un cube de 1 km de coté grandit de 72 nm par an).

7°) Évaluer l'incertitude sur la longueur d'onde reçue U(λ_r).
Données: $U_{simple\ lecture} = 2 \times \dfrac{1\ graduation}{\sqrt{12}}$ et $U_{double\ lecture} = \sqrt{2} \times U_{double\ lecture}$.

Ici il faut connaître que vaut la graduation. Cela a été mesuré avec la règle précise au *mm*. Donc la graduation vaut 1 *mm* mais il faut connaître sont équivalent avec l'échelle du document.

On avait une échelle de 5,3cm ↔ 170,2 nm donc 1 mm = 0,1 cm est équivalent à $\dfrac{0{,}1\times170{,}2}{5{,}3} = 3\ nm$

Donc $1\ graduiation = 3\ nm$ **et donc** $U(\lambda_r) = \sqrt{2} \times 2 \times \dfrac{1\ graduation}{\sqrt{12}} = \pm\ 3\ nm$ **(arrondi au supérieur).**

8°) En déduire l'incertitude sur la vitesse U(v_e) sachant que $\dfrac{U(v_e)}{v_e} = \dfrac{U(\lambda_r)}{\lambda_r - \lambda_e}$.

(L'incertitude sur λ_e est négligeable).

Nous avons $U(v_e) = v_e \times \frac{U(\lambda_r)}{\lambda_r - \lambda_e} = 4{,}5\times10^4 \times \frac{3}{99{,}5} = \pm\, 2\times10^3\, km.s^{-1}$ **. (Arrondi au supérieur).**

9°) En déduire l'incertitude sur la distance U(d) sachant que $\left(\frac{U(d)}{d}\right)^2 = \left(\frac{U(v_e)}{v_e}\right)^2 + \left(\frac{U(H)}{H}\right)^2$.

Donnée : $U(H) = \pm\, 3\, km.s^{-1}.Mpc^{-1}$

Nous avons donc $U(d) = d \times \sqrt{\left(\frac{U(v_e)}{v_e}\right)^2 + \left(\frac{U(H)}{H}\right)^2} = 2{,}1\times10^9 \times \sqrt{\left(\frac{2\times10^3}{4{,}5\times10^4}\right)^2 + \left(\frac{3}{70}\right)^2} = \pm\, 2\times10^8\, al$ **.**

10°) La plus grosse imprécision dans le calcul de la distance provient de quel paramètre ?

La précision sur la distance vaut $\frac{U(d)}{d} = \sqrt{\left(\frac{2\times10^3}{4{,}5\times10^4}\right)^2 + \left(\frac{3}{70}\right)^2} = \pm\, 2\times10^8 = 6\,\%$ **ce qui n'est pas forcement très précis.**

Les imprécisions viennent de $\frac{\Delta H}{H} = \frac{3}{70} = 4\,\%$ **et de** $\frac{\Delta v_e}{v_e} = \frac{2\times10^3}{4{,}5\times10^4} = 4\,\%$ **.**

L'incertitude sur la vitesse et sur la constante de Hubble interviennent dans les mêmes proportions dans l'incertitude sur la distance. Pour améliorer ce résultat il faudra connaître la constante de Hubble plus précisément par exemple

Matériel nécessaire

-Vidéo voiture Doppler
-2 enceintes (pour faire écouter le phénomène de battements)
- PC équipé des logiciels Winoscillo + VirtualDub
- émetteur et 2 récepteurs ultrasonore
- Oscilloscope
- Des fils de connexions